

A RÉNYI ALFRÉD MATEMATIKAI KUTATÓINTÉZET KUTATÁSI EREDMÉNYEI 2022-BEN

Algebrai irányú kutatások

Csoportok és gráfok Belátták, hogy egy Cayley-gráf Poisson-határa megkapható, mint a véletlen séta konvolúcióinak átmenet magja által definiált éldekorált gráfok súlyozott Benjamini–Schramm-limesze. Belátták, hogy ha egy unimoduláris véletlen fa felső növekedése meghaladja a Ramanujan-korlátot, akkor van növekedése is.

Megoldották az izotróp diszkretizációs problémát szimmetrikus terekre, és vizsgálták a forgatási problémát ezekre a diszkrét véletlen részhalmazokra. Megkezdték a maximális entrópiájú véletlen séták, diffúziós folyamatok és az adjacencia operátor fő sajátvektora kapcsolatának vizsgálatát nem konstans görbületű, kompakt Riemann-sokaságokra.

Vizsgálták fizikai hálózatok analízisét, különös tekintettel a páros fizikai modellre és a fizikai Erdős–Rényi-modellre.

A kvantum relatív entrópiát egy bizonyos integrál alakban fejezték ki. Ebből következik, hogy a kvantum relatív entrópia pozitív nyomtartó lineáris leképezésnél nem nőhet. Megmutatták, hogy bizonyos természetes véletlenpermutáció-modelleket leíró mátrixok pozitív szemidefinit tulajdonságúak.

Megkezdték unimoduláris Galton–Watson-fák L^2 spektrális részének kutatását, illetve a Friedman-tétel bizonyítását tetszőleges fokszámoszláshoz tartozó konfigurációs modellre.

Növekedés csoportokban Pontosabb formáját adták és belátták a Helfgott–Lindenstrauss-sejtést korlátos rangú csoportok korlátosan triplázódó részhalmazairól. Az eredmény gyengébb formája 2021-es, a mostani formájában sokkal erősebb tételt sikerült bizonyítani.

Leírták és beadták a Ghys-sejtés bizonyítását, mely szerint egy M kompakt sokaságon ható véges csoportnak van $f(M)$ indexű nilpotens részcsoportha, ez a híres Jordan-tétel általánosítása sokaságokra.

Belátták, hogy a szokásos p -racionális karakterekkel szemben egy véges csoportnak mindig számos majdnem p -racionális irreducibilis karaktere van.

Belátták a véges egyszerű csoportok logaritmikus átmérőjére vonatkozó Babai-sejtést projektív speciális csoportokra, ha a generátorrendszer tartalmaz transzvekciót.

Belátták a Fuglede-sejtést két különböző prím szorzata rendű ciklikus csoportok négyzeteire.

Gyűrűk és modulusok Megkonstruálták Leavitt-útalgebrák előre megadott endomorfizmusgyűrűvel rendelkező véges hosszúságú modulusait. Többek között sikerült megadniuk olyan egyszerű modulusokat, amelyek endomorfizmusgyűrűje nemkommutatív ferde test.

A diagonalizálható csoporthatások Zariski-zárt pályáit szeparáló monomhalmazokat jellemezték a csoport karaktercsoportja feletti 1-szorozatú sorozatok monoidjának terminusaiban. Az eredményt alkalmazták diagonalizálható csoporthatások generáló, illetve szeparáló invariánsaira érvényes fokszámkorlátok összehasonlítására.

Bizonyították, hogy a diédercsoport vektorinvariánsai által alkotott algebra definiáló relációinak ideálját generálják a legfeljebb 3 vektorváltozótól függő relációk polarizáltjai. Ezt a tényt használva a 8-adrendű diédercsoport esetén sikerült meghatározniuk a vektorinvariánsokból álló algebra definiáló relációi ideáljának minimális generátorrendszerét és annak, mint az általános lineáris csoport modulusának struktúráját.

Kis méretű szeparáló halmazokat adtak meg véges testek feletti szimmetrikus, illetve multiszimmetrikus polinomok algebráiban.

A „Galois’s lost proof on $PSL(2,p)$ ” című közlésre benyújtott dolgozatban rekonstruálták Galois bizonyítását arra a híres eredményére, miszerint a $PSL(2,p)$ csoportban nincsen p indexű részecssoport, amennyiben a p prímszám nagyobb 11-nél.

Alkalmazott matematikai kutatások

Nagy hálózatok és gráflimeszek 2022-ben több kutatási projekt is futott nagy hálózatok és gráflimeszek témájában. Ezen kutatások központi kérdése az volt, hogyan lehet Markov-terekkel reprezentálni olyan gráfsorozatok limeszeit, amelyekben az élek számának növekedése szub-kvadrátikus. (Ezeket ritka gráfsorozatoknak is hívják.) A ritka gráfsorozatok vizsgálata azért is fontos, mert a legtöbb való életben előforduló gráfsorozat ritka, viszont számos eszköz csak sűrű (kvadrátikus él-növekedésű) sorozatok esetén volt elérhető. Korábbi évek eredményei által motiválva Lovász László, Kunszenti-Kovács Dávid és Szegedy Balázs kifejlesztett egy olyan új megközelítést, amely lehetővé teszi, hogy Markov-terekben részgráf eloszlásokat és részgráf sűrűségeket definiáljunk. Ezen eredmények utat nyitnak a ritka gráfsorozatok szisztematikusabb megértése felé. A kutatás egy érdekes mellékterméke, hogy a kvantum fizikából ismert Feynman-integrálokat kiszámíthatóvá teszi bizonyos szinguláris mértékekben is.

Mesterséges intelligencia A mesterséges intelligencia témájában tovább folytatódtak azok a kutatások, amelyek a neurális hálózatok tanítását precíz matematikai alapokra kívánják helyezni. Diego González-Sánchez és Terjék Dávid közös kutatásaikban azt mutatják meg, hogy a túlparametrizált hálózatok gradient descent alapú tanítása (bizonyos természetes feltételek mellett) globális optimumhoz konvergál. Több olyan kutatás is indult, amelyekben a mesterséges intelligenciához kapcsolódó eszköztár, legfőképpen optimalizációs algoritmusok kerülnek felhasználásra klasszikus matematikai problémák megoldásában. A Varga Dániel által vezetett egyik projekt ilyen módon ért el jelentős áttörést a kombinatorikus geometria területén. Egy sok

évtizede nyitott, Erdős Pál által felvetett sejtést sikerült igazolni, amely szerint a síkon egy olyan halmaz sűrűsége, ami nem tartalmaz egység távolságot, legfeljebb $1/4$. 2019-ben a Google-nél bejelentették, hogy sikerült elérni az úgynevezett „quantum supremacy”-t, ami egy fontos lépés a kvantum számítógépek megvalósíthatóságában. Az utóbbi években a Rényi Intézetben is elindultak a kvantum számítással, illetve a hozzájuk kapcsolódó tenzor hálózatokról szóló kutatások. A témakörben a legaktívabb kutató, Gilyén András többek között elnyerte a rangos Marie Curie ösztöndíjat. Társszerzőivel jelentős eredményeket ért el topologikus adatelemzés kvantumos gyorsítása terén.

Magasabb rendű Fourier-analízis A magasabb rendű Fourier-analízis területén is jelentős előrehaladást sikerült elérni. 2022-ben fogadták el Pablo Candela és Szegedy Balázs cikkét a Crelle's Journal-ban, amely az egyik legrangosabb matematikai folyóirat. A cikk fő eredménye új, és az eddigieknél általánosabb inverz tételeket ad a Gowers-normákra, amelyek a magasabb rendű Fourier-analízis algebrai alapjait is kiteljesítik. Ezen kívül Candela, Sánchez és Szegedy szintén 2022-ben elfogadott cikke az imént említett cikkekre alapozva bizonyít struktúratételeket p -karakterisztikájú dinamikus rendszerekre. Ugyanez a három szerző kifejlesztett egy tisztán csoportelméleti megközelítést a témában kulcsfontosságú nilspace-ek elméletére. Megmutatták, hogy ezeket a struktúrákat kettős mellékosztályok tereként is lehet reprezentálni. A fenti tudományos eredmények mellett a Mesterséges intelligencia osztály több tagja is részt vett olyan projektekben, amelyek elsődleges célja a közvetlen társadalmi hasznosulás. Erre jó példa a Magyar Államkincstárral közös iratszegmentációs rendszer fejlesztése, illetve az ALTEO energetikai céggel való együttműködés.

Valószínűségszámítás Perkolációs modelleket vizsgáltak, és fázisátmenetet mutattak meg a diszkrét önhasonló fagyott perkolációs modellben; illetve fázisátmenet hiányát bizonyították egy másik, ún. kukac-modellben, ha a dimenzió legalább 5. Belátták, hogy diffúz árfolyamat modellek határeloszláshoz konvergálnak akkor is, ha a volatilitás nem konstans, hanem általános stacionárius folyamat (esetleges fraktál tulajdonságokkal). A funkcionálanalízis új eredményeit használva jellemezni tudták egy adott követelés fedezeti árát modellbizonytalanság esetén olyan modellekben, ahol tranzakciós költségek vannak jelen. Folytatták kvantum algoritmusok komplexitására vonatkozó vizsgálataikat is.

Analitikus és aritmetikus módszerek

Analízis osztály (mely magában foglalja a **Harmonikus analízis és parkettázások**, a **Mértékek optimális transzportja** és az **Approximációelmélet** témákat). Az Analízis osztály karakterizálta azon mértékeket, melyek egy lokálisan kompakt Abel-csoporton azzal a tulajdonsággal rendelkeznek, hogy minden nemnegatív pozitív-definit függvény integrálja nemnegatív. Intenzíven dolgoztak a híres Fuglede-problémakörön, és újabb Abel-csoportokra tisztázták a parkettázó és spektrális halmazok azonosságát. Kloeckner nevezetes eredményét továbbfejlesztve leírták a szeparábilis Hilbert-tér feletti tetszőleges $p > 0$ paraméterű W_p Wasserstein-terek izometriacsoportját, és $p > 1$ paraméter esetén mutattak tömeg-hasító izometriákat is. Megmutatták, hogy a geometriai mértékelmélet „módosított alsó dimenzió” fogalma stabil és mérhető. Az 1 távolságot elkerülő halmazok sűrűségének felső becslésével

megközelítették Erdős és Moser 40 éves sejtését. Exponenciális összegek integrál p -normájának diszkrét közelítéséről bizonyítottak Marcinkiewicz–Zygmund-típusú becsléseket.

Automorf formák Az Automorf formák kutatócsoport az aritmetikus sokaságok egy széles osztályára igazolta a sűrűségi hipotézist, amely erős korlátozást szab a Selberg-sejtést megsértő automorf spektrum eloszlására. A kutatás melléktermékeként egy algebrai számtest korlátos pontjait a korábbiaknál hatékonyabban tudjuk megszámolni. Hatékony felső becslést adtak a $GL(2)$ csoport bizonyos automorf formáira, ill. élesítették a megfelelő L -függvényekre vonatkozó szubkonvex becsléseket. 2- és 3-dimenziós aritmetikus sokaságokon megjavították a prímgeodetikus tételben fellépő hibatagot négyzetes átlagban, ill. a 3-dimenziós esetben pontonként is. Általánosították a Katok–Sarnak-formulát.

Számelméleti problémák A Számelmélet osztály valós kvadratikus számtestek egy speciális családjában meghatározta az egy osztályszámú testeket. Megmutatták, hogy léteznek tetszőlegesen nagy méretű, egész számokból álló véges halmazok úgy, hogy a halmaz egymás utáni elemeinek a különbségei mind különbözők, de a halmaz összeghalmaza szubkvadratikus méretű. A korábban ismertnél jobb polinomiális korlátot adtak az egyenlet megoldhatósági probléma komplexitására véges nilpotens gyűrűk felett. Hatékony algoritmust dolgoztak ki a racionális test kvadratikus bővítései felett definiált kvaternióalgebrák közötti izomorfizmusok megtalálására. Megmutatták, hogy a nevezetes Prouhet–Tarry–Escott-probléma (amely egész számok olyan diszjunkt halmazainak létezését kérdezi, amelyek első néhány hatványösszege egyenlő) egy változata bizonyos polinomok kompozíció szerinti felbonthatatlanságával ekvivalens. Prímszámok és zeta-függvények gyökeinek eloszlásáról számos eredményt értek el. Áttörést jelent a Beurling-féle zeta-függvény gyökeire vonatkozó sűrűségi tételek igazolása, és ennek felhasználásával a gyökök elhelyezkedésének és a prímszámformula hibatagjának kapcsolatát leíró eredmények. Új módszert dolgoztak ki Turán Pál és Halász Gábor híres eredményének (amely a Lindelöf-sejtés feltételezésével meglepően erős korlátot ad a Riemann-zeta-függvény kritikus gyökeinek a számára bizonyos sávokban) a bizonyítására. Igazolták, hogy minden n -re van olyan n csúcsú egyszerű gráf, amelynek fokszámai az 1 és az első $n-1$ prímhézag. Továbbá, ha a Riemann-sejtés igaz, akkor minden $n > 1$ esetén van ilyen gráf.

Zaj-érzékenység Statisztikus fizikai modellek egy közismert univerzalitási sejtését megcáfolva a Zaj-érzékenység kutatócsoport megmutatta, hogy egy végesen generált csoport Egyenletesen Véletlen Szabad Feszítőerdejének összefüggősége függhet a generátorrendszerétől. Az összefüggőség fázisátmeneteit az élsúlyok függvényeként is vizsgálták. A legalább 3-dimenziós euklideszi tér két független Poisson-pontfolyamata között optimális hossz-lecsengésű teljes párosítást konstruáltak. Igazolták, hogy a végtelen egyvégű unimoduláris véletlen síkgráfok szofikusak, azaz véges gráfokkal közelíthetőek. A reguláris fán független címkék faktoraként olyan csúcs-címkézést konstruáltak, melyben minden csúcs marginális eloszlása egyenletes a $[0,1]$ intervallumon, ám vannak azonos címkék által feszített végtelen komponensek. Megértették egy járványterjedési modell viselkedését egy plusz élék behúzásával módosított Barabási–Albert-gráfon. A perkoláció-elméletet tárgyaló ismeretterjesztő videójukkal díjat nyertek egy rangos YouTube-versenyen.

Diszkrét matematikai problémák

Az Intézet diszkrét matematikai kutatásait 2022-ben is alapvetően három egység, az Extremális kombinatorika, a Gráfelmélet és a Kombinatorika és alkalmazásai osztály munkája, illetve azok együttműködése az egyetemekkel határozta meg. Ezekhez kapcsolódik a nemrég létrehozott Szakmódszertani osztály, akik még természetesebben működnek együtt az egyetemekkel.

Extremális kombinatorika Turán típusú problémák: Minden diszciplína egyik fő feladata a részstruktúrák leírása. Más szóval az, hogy a lokális tulajdonságok hogyan hatnak az adott struktúra globális paramétereire. A gráf (és hipergráf) elméletben ezeket Turán típusú, vagy extremális kérdéseknek hívjuk. A hipergráf Turán-kérdések megválaszolásához, az Erdős–Sós-sejtés (hiper) fákra való kiterjesztésében Füredi Zoltán és társszerzői egy lényeges hipergráfosztályra találtak aszimptotikát. Olyan gráf-fákból felfűjt halmazrendszerekről van szó, amelyben relatíve sok élnek minden foka magas. Ilyen eredmények nem voltak eddig. E témakörben folytatták a részrendszerek számára vonatkozó kutatásokat, és a számos Q1-es publikáció közül is kiemelkedik a több osztály munkatársainak együttműködésével született közel 50 oldal terjedelmű cikk, ami a témakör legkiválóbb (természetesen D1) folyóiratában jelent meg, és ami az elméletet a legújabb kutatások fókuszában álló struktúrára, rendezett gráfokra és hipergráfokra terjeszti ki.

Gráfelmélet A legnagyobb siker egyértelműen az, hogy Tardos Gábor *Effective Random Methods in Discrete Mathematics* című pályázatával az Európai Kutatási Tanács (ERC) egyedüli hazai Advanced Grant nyertese. Az elnyert támogatás még erősebb kutatócsoport kialakítását teszi lehetővé külföldi résztvevők bevonásával is. Turán-problémakörben tucatnyi kiváló eredmény született. Kiemelkedik, hogy a Dirac-tétel bizonyos stabilitását sikerült bebizonyítani, aminek számos következménye van általánosított Turán-problémákban, és ez fontos kapcsolatokra mutat rá a klasszikus és az általánosított Turán-problémák között. Síkgráfok extremális problémáinak vizsgálatában az intézet az egyik legfontosabb műhellyé vált, a számos fontos cikkből azt emelnénk ki, ami a feszített ötszögek maximális számát határozza meg síkgráfokban. De sikerült meghatározni például hatszögmentes síkgráfok maximális élszámát is egy új technika segítségével, ami további problémákban is alkalmazható.

Kombinatorika és alkalmazásai A kutatások mindenekeelőtt a hálózatokkal kapcsolatos problémákra fókuszáltak. A DYNASNET ERC Synergy Grant keretében elméleti és alkalmazott eredmények is születtek: a kutatócsoport tagjai két cikkben a gráflimesz-elmélet kiterjesztését célozzák közepesen sűrű gráfokra. Cél a részgráf-sűrűségek definiálása volt azokban az objektumokban, melyek több korábbi eredmény alapján konvergens gráfsorozat limeszét leírják. A fizikai hálózatokról pedig egy alapvető, témairítító cikk született. Folytatták a fokszámsorozat-tartó gráf-növekedés vizsgálatát (DPG - degree preserving network growth), a maximális párosítások méreteinek korlátaival foglalkoztak. Karakterizáltak speciális grafikus fokszámsorozatokat. Ezen főként fizikai aspektusból érdekes eredmények által motiválva, a korábban kifejlesztett DPG módszer segítségével belátták azt az elméleti matematikai szempontból fontos állítást, hogy az első n prímszám közötti rések sorozata grafikus elég nagy n -re.

Szaktudomány Az osztály elsősorban az MTA Köznevelés-fejlesztési Kutatási Programjában való munkára koncentrált. Kiemelkedő és megtisztelő feladat a CERME (Congress of the European Society for Research in Mathematics Education) szervezése, amely a legjelentősebb európai konferencia matematikadidaktika témakörben. Rangos elismerés, hogy a CERME 2023-ban Budapesten lesz, mintegy 1000 matematikatanítási szakember részvételével, házigazda a Rényi Intézet és az ELTE. Az MTA-Rényi-ELTE Matematikadidaktikai Kutatócsoport kutatásainak középpontjában a problémásorozatok vizsgálata, a kombinatorika és a valószínűességszámítás oktatása, illetve a felfedezett matematikatanítás áll. 2022-ben több neves folyóiratban jelent meg publikációjuk ezekben a témákban. A problémásorozatok elemzése témájában kiemelkedő Gosztanyi Katalin publikációja a téma top folyóiratában, a ZDM-ben jelent meg. A valószínűességszámítás tanítása témakörben pedig Vancsó Ödön és szerzőtársai publikáltak nagy jelentőségű cikket a feltételes valószínűség tanításáról, amit a téma legfontosabb konferenciáján mutattak be.

Topológiai és geometriai kutatások

Algebrai geometria és differenciáltopológia Megjelent a *Normal Surface Singularities* című monográfia. A témakörben ezen kutatásokat folytatva, felületszingularitások rácspont-koherenciájának egy általánosításával kapcsolatos munkát végeztek. A felületszingularitások analitikus és topologikus invariánsai közti kapcsolatról szóló cikkük előkészületben van. Megvizsgálták sima projektív felületek esetében a Dubrovin-konnexió spektrumának viselkedését felfújásokra, és igazolták, hogy a paraméterek kicsi értékei esetén aszimptotikusan ez a minimális model spektrumának és véges sok további pontnak az uniója. Ezzel bizonyították Konsevich egy sejtését felületek esetében. Zászlóvarietások Chow–Witt-gyűrűinek meghatározását végezték el, és belátták, hogy valós zászlósokaság egész együttthatos koherenciákcsoportjaiban minden torzióelem másodrendű. A Brill–Noether-elmélet analógját építették fel normál felület szingularitásokra. Elemezték a Riemann-gömb feletti 5 logaritmikus szingularitású 2 rangú Higgs-nyalábok Fenchel–Nielsen-koordinátáinak végtelenbeli aszimptotikus viselkedését, ezzel megoldották a vonatkozó Hitchin WKB-problémát, és bebizonyították ebben az esetben a $P = W$ sejtés egy részét.

Alacsony dimenziós topológia Egy új, könnyen használható, a peremes Floer-homológiában élő kontakt invariáns bevezetéséről szóló cikket fejeztek be. Új módszert és új becslést adtak felületek genuszára két komplex projektív sík összefüggő uniójában. Vizsgálták csomók metszet-tulajdonságát a $K3$ felületben, az eddigi legjobb eredményt jelentősen megjavítva belátták, hogy azon csomók, melyek kicsomózási száma 21-nél nem nagyobb, metszetek a $K3$ felületben. Négy-dimenziós eszközökkel új, erős obstrukciót találtak csomók metszet-tulajdonságára, belátták például azt, hogy a nyolcas csomó $(2,1)$ kábelezése nem metszet.

Geometria Minden gráf vagy a komplementere összefüggő, tehát tartalmaz feszítőfát. Ezt általánosították csúcs-rendezett gráfokra, belátták, hogy a feszítőfa éléről még további, a rendezéssel kapcsolatos feltételeket is megkövetelhetünk. Ismert, hogy síkbeli szakaszok diszjunktági gráfja khi-korlátos. Belátták, hogy ez az állítás nem teljesül, ha szakaszok helyett 2 szakaszból álló töröttvonalakat tekintünk. Legyen H egy teljes r -uniform hipergráf, amelynek minden élén két csúcs ki van jelölve, mint

extrém csúcsok. Bebizonyították, hogy ha bármely $2r-2$ csúcsnak van jó rendezése, akkor az összes csúcsnak is van. Egy G gráfot teljesen regulárisnak hívunk, ha minden független halmazára azon külső pontok száma, melyekkel a halmaz bővíthető, csak a halmaz méretétől függ. Explicit formulát találtak teljesen reguláris gráfok szukcesszív rendezésének számára. Új bizonyításokat adtak Stanley és Gao-Peng tételeire. Ismert, hogy minden t fajta gyöngyből álló nyaklánc, melyben minden gyöngytípus k -val osztható számú gyöngyöt tartalmaz, $(k-1)t$ vágással olyan darabokra vágható, hogy minden színből mindegyik ugyanannyi gyöngyöt tartalmaz. Olyan véletlen nyakláncokat vizsgáltak, melyekben minden típusból km gyöngy van. Legyen $X(k,t,m)$ a vágások minimális száma. Belátták, hogy rögzített k , t -re és nagy m -re ez majdnem biztosan legalább $(k-1)(t+1)/2$. A hiperbolikus és a szférikus térben sikerült az izodiametrikus egyenlőtlenség stabilitását igazolni.

Halmazelmélet Topologikus terek dupla sűrűség spektrumait vizsgálták. A végtelen kombinatorikán belül komoly eredményeket értek el hipergráfok minimális lefogó pontthalmazaival kapcsolatban, illetve benyújtottak egy cikket végtelen gráfok rejtőzködő (elusive) tulajdonságairól. Folytatták vizsgálataikat generikus csoportok szerkezetével kapcsolatban. Vizsgálták az úgynevezett Baire 1 függvényeket karakterizáló játékokat. Ultrametrikus X terekre sikerült explicit felső korlátot adni a minden metrikus térhez hozzárendelhető, a metrikus teret izometria erejéig jellemző elsőrendű $A(X)$ struktúra atomi típusai széteső láncainak hosszára. Definiálták, hogy mit értünk rendezett test felett koordinátázható geometriák alatt, és ezen geometriák fogalmait és fogalomalgebráit, valamint ezek kapcsolatát vizsgálták. Bebizonyították, hogy a Minkowski-téridő fogalomalgebrája maximális valódi részalgebrája a kései klasszikus téridő fogalomalgebrájának.

A Rényi Alfréd Matematikai Kutatóintézet kiemelt tudományos eredményei 2022-ben

2022. ÉVI KIEMELT PUBLIKÁCIÓK

- Gerencsér B, Gerencsér L: Tight bounds on the convergence rate of generalized ratio consensus algorithms, IEEE TRANSACTIONS ON AUTOMATIC CONTROL (0018-9286 1558-2523): 67 4 pp 1669-1684 (2022)
<http://real.mtak.hu/121782/>
- Fraczyk M, Harcos G, Maga P: Counting Bounded Elements of a Number Field, INTERNATIONAL MATHEMATICS RESEARCH NOTICES (1073-7928 1687-0247): 2022 1 pp 373-390 (2022)
<http://real.mtak.hu/152836/>
- Balog A, Biró A, Cherubini G, Laaksonen N: Bykovskii-Type Theorem for the Picard Manifold, INTERNATIONAL MATHEMATICS RESEARCH NOTICES (1073-7928 1687-0247): 2022 3 pp 1893-1921 (2022)
<http://real.mtak.hu/162289/>
- Némethi A, Szabó Sz: The Geometric $P=W$ conjecture in the Painlevé cases via plumbing calculus, INTERNATIONAL MATHEMATICS RESEARCH NOTICES (1073-7928 1687-0247): 2022 5 pp 3201-3218 (2022)
<http://real.mtak.hu/138970/>
- Kharel S, Mezei TR, Erdős LP, Chung S, Toroczkai Z: Degree-preserving network growth, NATURE PHYSICS (1745-2473 1745-2481): 18 1 pp 100-106 (2022)
<http://real.mtak.hu/120748/>
- Kunszenti-Kovács D, Lovász L, Szegedy B: Multigraph limits, unbounded kernels, and Banach space decorated graphs, JOURNAL OF FUNCTIONAL ANALYSIS (0022-1236 1096-0783): 282 2 Paper 109284. (2022)
<http://real.mtak.hu/167159/>
- Kun G: On Gardner's Conjecture, COMBINATORICA (0209-9683 1439-6912): 42 4 pp 553-558 (2022)
<http://real.mtak.hu/150419/>
- Lev N, Matolcsi M: The Fuglede conjecture for convex domains is true in all dimensions, ACTA MATHEMATICA (0001-5962 1871-2509): 228 2 pp 385-420 (2022)
<http://real.mtak.hu/152908/>
- Nagy J, Némethi A: The dimension of the image of the Abel map associated with normal surface singularities, SELECTA MATHEMATICA - NEW SERIES (1022-1824 1420-9020): 28 3 Paper 58. (2022)
<http://real.mtak.hu/152990/>
- Tizzoni M, Nsoesie EO, Gauvin L, Karsai M, Perra N, Bansal S: Addressing the socioeconomic divide in computational modeling for infectious diseases, NATURE COMMUNICATIONS (2041-1723 2041-1723): 13 1 Paper 2897. 7 p. (2022)
<https://real.mtak.hu/186554/>
- Bárány B, Simon K, Solomyak B, Spiewak A: Typical absolute continuity for classes of dynamically defined measures, ADVANCES IN MATHEMATICS (0001-8708 1090-2082): 399 Paper 108258. 73 p. (2022)
<http://real.mtak.hu/186556/>
- Chau HN, Fukasawa M, Rásonyi M: Super-replication with transaction costs under model uncertainty for continuous processes, MATHEMATICAL FINANCE: AN INTERNATIONAL JOURNAL OF MATHEMATICS, STATISTICS AND FINANCIAL ECONOMICS (0960-1627 1467-9965): 32 4 pp 1066-1085 (2022)
<http://real.mtak.hu/186558/>

- Belotto da Silva A, Fantini L, Némethi A, Pichon A: Polar exploration of complex surface germs, TRANSACTIONS OF THE AMERICAN MATHEMATICAL SOCIETY (0002-9947 1088-6850): 375 9 pp 6747-6767 (2022)
<http://real.mtak.hu/186561/>
- Blomer V, Harcos G, Maga P, Milićević D: Beyond the spherical sup-norm problem, JOURNAL DE MATHEMATIQUES PURES ET APPLIQUEES (0021-7824 1776-3371): 168 pp 1-64 (2022)
<http://real.mtak.hu/151841/>
- Candela P, Szegedy B: Regularity and inverse theorems for uniformity norms on compact abelian groups and nilmanifolds, JOURNAL FÜR DIE REINE UND ANGEWANDTE MATHEMATIK (0075-4102 1435-5345): 2022 789 pp 1-42 (2022)
<http://real.mtak.hu/165022/>
- Gosztonyi K: Series of problems in Clairaut's Elements of Geometry: interaction between historical analysis and mathematics education research, ZDM - INTERNATIONAL JOURNAL ON MATHEMATICS EDUCATION (1863-9690 1863-9704): 54 7 pp 1463-1478 (2022)
<http://real.mtak.hu/177308/>
- Pete G, Timár Á: The Free Uniform Spanning Forest is disconnected in some virtually free groups, depending on the generator set, ANNALS OF PROBABILITY (0091-1798 2168-894X): 50 6 pp 2218-2243 (2022)
<http://real.mtak.hu/162288/>
- Neamtu R, Ahsan R, Nguyen CDT, Lovering C, Rundensteiner EA, Sárközy G: A General Approach for Supporting Time Series Matching Using Multiple-Warped Distances, IEEE TRANSACTIONS ON KNOWLEDGE AND DATA ENGINEERING (1041-4347 1558-2191): 34 4 pp 1516-1529 (2022)
<http://real.mtak.hu/162330/>
- Backhausz Á, Bordenave C, Szegedy B: Typicality and entropy of processes on infinite trees, ANNALES DE L'INSTITUT HENRI POINCARÉ-PROBABILITÉS ET STATISTIQUES (0246-0203 1778-7017): 58 4 pp 1959-1980 (2022)
<http://real.mtak.hu/160733/>
- Giménez Conejero R, Nuño-Ballesteros JJ: Singularities of mappings on ICIS and applications to Whitney equisingularity, ADVANCES IN MATHEMATICS (0001-8708 1090-2082): 408 Paper 108660. (2022)
<http://real.mtak.hu/186564/>
- Abért M, Biringer I: Unimodular measures on the space of all Riemannian manifolds, GEOMETRY & TOPOLOGY (1465-3060 1364-0380): 26 5 pp 2295-2404 (2022)
<http://real.mtak.hu/165021/>

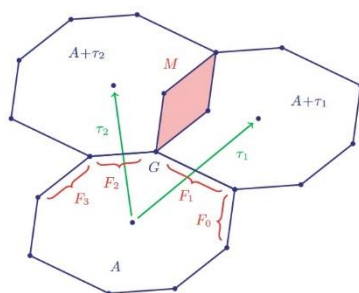
KIEMELT TUDOMÁNYOS EREDMÉNY 2022-BEN

A Fuglede-sejtés bizonyítása konvex testekre

Bent Fuglede, világhírű dán matematikus 1974-ben bevezette a „spektrális halmazok” fogalmát. Ez olyan matematikai halmazokat takar, amelyeken Fourier-analízis végezhető, vagyis amelyekre spektrálanalízist (szinképelemzést) lehet végezni. Fuglede azt sejtette, hogy pontosan azok a halmazok spektrálisak, amelyekkel a teret eltolásokkal parkettázni lehet. Ezzel Fuglede kapcsolatot fogalmazott meg analitikus és geometriai tulajdonságok között.

A sejtéssel kapcsolatban sok részeredmény született, az egyik áttörést a Fields-érmes Terence Tao tette meg. Ugyan a sejtés teljes általánosságban nem igaz, de fontos speciális esetekben az. Kérdés maradt, igaz-e minden konvex testre tetszőlegesen magas dimenzióban? Nir Lev és Matolcsi Máté ezt a kérdést válaszolták meg: belátták, hogy egy konvex test pontosan akkor spektrális, ha eltolásokkal parkettázza a teret.

A bizonyítás kulcsa egy új fogalom bevezetése volt: egy H alakzat gyengén parkettáz, ha a teret egyrétűen le lehet fedni H -nak „súlyozott” eltolt példányaival. Itt arra kell gondolni, hogy ha vannak 1 cm vastagságú parkettáink, akkor remélhetjük, hogy azokat egymás mellé illesztve a szobát le tudjuk parkettázni. Ha a darabok „rossz” alakúak, akkor nem tudjuk egymás mellé helyezni, rések maradnak. Megoldás lehet, ha $\frac{1}{2}$ cm vastagságú darabokat úgy csúsztatunk egymás fölé, hogy a szoba minden pontján pontosan két lap legyen fedésben, így a szoba padlója egyenletesen 1 cm vastagságban lesz befedve (1. ábra). A bizonyítás során az derült ki, hogy a spektrális halmazoknak megvan ez a gyengén parkettázó tulajdonsága, és a konvex testek esetében ez már elvezet a valódi parkettázási tulajdonsághoz. Az eredményt bemutató cikk a matematika egyik legmagasabban jegyzett folyóiratában, az Acta-ban került közlésre.



1. ábra: Az A konvex alakzat eltoltjai a satírozott régióban metszik egymást, így az ábrázolt eltolt példányok csak 1-nél kisebb súllyal szerepelhetnek.

OUTSTANDING ACHIEVEMENT IN 2022

Fuglede's conjecture is true for convex bodies

In 1974, Bent Fuglede, a world-famous Danish mathematician, introduced the notion of “spectral sets”. These are sets over which Fourier analysis is possible, that is, spectral analysis can be performed on them. Fuglede formulated the conjecture that a set is spectral if and only if it can tile the space by translations. In this way Fuglede found a connection between an analytic and a geometric property.

Several partial results appeared about the conjecture, including Fields-medalist Terence Tao's. Although the conjecture is not true in general, it holds in special cases. One of the most important questions was if the conjecture is true for convex bodies. In a joint project Nir Lev and Máté Matolcsi have answered this question in the affirmative: a convex body is spectral if and only if it tiles the space by translations.

The key step to the proof was the introduction of a new notion: a set H tiles the space weakly, if the space can be unilaterally covered with weighted translated copies of H . Think of the following: you want to cover your room with flooring of height 1 cm. If the shape of the pieces is suitable, then we can simply join the pieces along the edges, but if the pieces have some awkward shape, there will remain some holes. One can try to use overlapping pieces of height $\frac{1}{2}$ cm, and find an arrangement in such a way that each point is covered exactly by two overlapping pieces. In that case the room is covered unilaterally at height 1 cm (Figure 1). In the proof it has turned out that spectral sets have this weak-tiling property, and in the case of convex bodies this already implies the possibility of proper tiling. The corresponding paper has been published by Acta, one of the most prestigious mathematics journal.

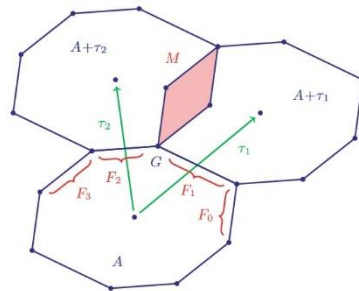


Figure 1: The translated copies of the convex set A intersect in the shaded region, hence the translated copies must have weight less than 1.